Prof. Dr. Alfred Toth

Deiktische Peircezahlen

1. Gehen wir aus von der Folge der Peano-Zahlen

$$P = (0, 1, 2, \dots, n).$$

In der quantitativen Mathematik enthält sie eine, allerdings implizite, Ordnung

$$P = (0 < 1 < 2 < \dots < n),$$

d.h. man könnte die Zahlen auch wie folgt indizieren

$$P = (0_1, 1_2, 2_3, \dots, n_{n+1}).$$

2. Wie wir anhand eines ontischen Objektes kürzlich festgestellt haben (vgl. Toth 2018a), gibt es bei Paaren (2-tupeln) immer drei mögliche deiktische Referenzen (Toth 2018b)

$$2.1. \Omega = f(\Sigma_{i-1}, \Sigma_i)$$

$$2.2. \Omega = f(\Sigma_i, \Sigma_{i+1})$$

$$2.3. \Omega = f(\Sigma_i, \Sigma_j) \text{ (mit } i \neq j \text{)}.$$

Als ontisches Modell stelle man sich die durch (n-1) Kundentrennstäbe getrennten n Waren (Mengen eingekaufter Objekte) von n Subjekten auf dem Förderband an einer Kasse vor. Hier gibt es Trennstäbe, die im Falle von

$$\Omega = f(\Sigma_{i-1}, \Sigma_i)$$

folgende ambigen Deixen haben

$$\Sigma_{i-1} = (\Sigma = \text{du})$$

$$\Sigma_i = (\Sigma = \text{ich})$$

und im Falle von

$$\Omega = f(\Sigma_i, \Sigma_{i+1})$$

die ambigen Deixen

$$\Sigma_i = (\Sigma = \text{ich})$$

$$\Sigma_{i+1} = (\Sigma = \text{du}).$$

Im Falle von

$$\Omega = f(\Sigma_i, \Sigma_j) \text{ (mit } i \neq j \text{)}$$

gilt jedoch, daß beide deiktischen Referenzen gelten können, und das bedeutet, daß die Orientiertheit des Objektes ebenfalls ambig ist. Einfach ausgedrückt, können dann in der Ordnung $O = (\Sigma_i, \Sigma_j)$ mit $i < j$ die Subjekte Σ_i und Σ_j ihre Waren durch beide Orientiertheiten und damit beide Subjektdeixen des Warentrenners markieren, je nachdem ob Σ_i oder Σ_j die Deixis auf sich oder auf das Subjekt vor oder hinter ihm bezieht.

Ebenso verhält es sich nun mit den Peanozahlen

$$P = (0_1, 1_2, 2_3, \dots, n_{n+1}),$$

die man demzufolge mit dem Satz von Wiener und Kuratowski (1914) in Paare der Form

$$R = (X_i, Y_j)$$

mit

$$i \leftrightarrow j \text{ (} i, j \in (1 \dots (n+1)) \text{)}$$

zerlegen kann, d.h. in eine Reihe von Zahlen, deren nicht-initiale und nicht-terminale Glieder a priori ambige ontische Referenz besitzen. Daraus resultiert auf jeden Fall, daß die quantitative Mathematik, die eine Zahlenreihe durch die Zahlen sowie eine implizite Ordnung definiert, vom Standpunkt der qualitativen Mathematik aus gesehen defektiv ist, denn Zahlen sind als Zeichen (vgl. Bense 1992) referentiell.

3. Bekanntlich sind die drei Peirce-Zahlen – von Bense als „Primzeichen“ eingeführt (Bense 1981, S. 17 ff.) – die Gültigkeit der Peano-Axiome war bereits in Bense (1975, S. 167 ff.) nachgewiesen worden – eine Teilmenge der Peanozahlen. Da hier eine 3-elementige geordnete Menge vorliegt (vgl. Toth 2018c), können wir die für die Peanozahlen gewonnenen Ergebnisse direkt auf die Peirce-Zahlen übertragen.

3.1. Zunächst bekommen wir, wenn wir von einer 3-elementigen Menge $M = (1, 2, 3)$ ausgehen, bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$$M_1 = (1, 2, 3)$$

$$M_2 = (1, 3, 2)$$

$$M_3 = (2, 1, 3)$$

$$M_4 = (2, 3, 1)$$

$$M_5 = (3, 1, 2)$$

$$M_6 = (3, 2, 1).$$

Aus

$$E \rightarrow M^*$$

folgen weiterhin

$$(1, 2, (3)) \quad (1, 3, (2)) \quad (2, 1, (3)) \quad (2, 3, (1)) \quad (3, 1, (2)) \quad (3, 2, (1))$$

$$(1, (2), 3) \quad (1, (3), 2) \quad (2, (1), 3) \quad (2, (3), 1) \quad (3, (1), 2) \quad (3, (2), 1)$$

$$((1), 2, 3) \quad ((1), 3, 2) \quad ((2), 1, 3) \quad ((2), 3, 1) \quad ((3), 1, 2) \quad ((3), 2, 1)$$

$$(1, (2, 3)) \quad (1, (3, 2)) \quad (2, (1, 3)) \quad (2, (3, 1)) \quad (3, (1, 2)) \quad (3, (2, 1))$$

$$((1), 2, (3)) \quad ((1), 3, (2)) \quad ((2), 1, (3)) \quad ((2), 3, (1)) \quad ((3), 1, (2)) \quad ((3), 2, (1))$$

$$((1, 2), 3) \quad ((1, 3), 2) \quad ((2, 1), 3) \quad ((2, 3), 1) \quad ((3, 1), 2) \quad ((3, 2), 1)$$

$$((1, 2, 3)) \quad ((1, 3, 2)) \quad ((2, 1, 3)) \quad ((2, 3, 1)) \quad ((3, 1, 2)) \quad ((3, 2, 1))$$

d.h. wir haben ein 48-tupel für M^* , nämlich die 6 nicht-eingebetten und die 42 eingebetteten Permutationen des 3-tupels der Peirce-Zahlen.

3.2. Vermöge

$$P = (0_1, 1_2, 2_3, \dots, n_{n+1}) = ((X_i, Y_j))$$

mit

$$i \leftrightarrow j \quad (i, j \in (1 \dots (n+1)))$$

erhalten wir also wir jedes n-tupel der abstrakten Formen

$$\underline{P} = \wp(x, y, z)$$

$$\underline{P} = \wp(x, y, (z))$$

$$\underline{P} = \wp(x, (y), z)$$

$$\underline{P} = \wp((x), y, z)$$

$$\underline{P} = \wp(x, (y, z))$$

$$\underline{P} = \wp((x), y, (z))$$

$$\underline{P} = \wp((x, y), z)$$

$$\underline{P} = \wp((x, y, z))$$

die folgenden deiktischen Peircezahlen-Folgen

$$\underline{P} = \wp(x, y, z) = ((x_i, y_i, z_j), (x_i, z_j, y_i), (y_j, x_i, z_i), (y_i, z_j, x_j), (z_j, x_i, y_j), (z_j, y_j, x_i))$$

$$\underline{P} = \wp(x, y, (z)) = ((x_i, y_i, (z_j)), (x_i, y_j, (z_i)), (x_j, y_i, (z_i)), (x_i, y_j, (z_j)), (x_j, y_i, (z_j)), (x_j, y_j, (z_i)))$$

$$\underline{P} = \wp(x, (y), z) = ((x_i, (y_i), z_j), (x_i, (y_j), z_i), (x_j, (y_i), z_i), (x_i, (y_j), z_j), (x_j, (y_i), z_j), (x_j, (y_j), z_i))$$

$$\underline{P} = \wp((x), y, z) = (((x_i), y_i, z_j), ((x_i), y_j, z_i), ((x_j), y_i, z_i), ((x_i), y_j, z_j), ((x_j), y_i, z_j), ((x_j), y_j, z_i))$$

$$\underline{P} = \wp(x, (y, z)) = ((x_i, (y_i, z_j)), (x_i, (y_j, z_i)), (x_j, (y_i, z_i)), (x_i, (y_j, z_j)), (x_j, (y_i, z_j)), (x_j, (y_j, z_i)))$$

$$\underline{P} = \wp((x), y, (z)) = (((x_i), y_i, (z_j)), ((x_i), y_j, (z_i)), ((x_j), y_i, (z_i)), ((x_i), y_j, (z_j)), ((x_j), y_i, (z_j)), ((x_j), y_j, (z_i)))$$

$$\underline{P} = \wp((x, y), z) = (((x_i, y_i), z_j), ((x_i, y_j), z_i), ((x_j, y_i), z_i), ((x_i, y_j), z_j), ((x_j, y_i), z_j), ((x_j, y_j), z_i))$$

$$\underline{P} = \wp((x, y, z)) = (((x_i, y_i, z_j)), ((x_i, y_j, z_i)), ((x_j, y_i, z_i)), ((x_i, y_j, z_j)), ((x_j, y_i, z_j)), ((x_j, y_j, z_i))).$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Warentrenner. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Deiktische Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Toth, Alfred, Die L^* -Logik für dreielementige Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018c

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390

20.8.2018